

تمرینهای ریاضی عمومی دانشگاه نیرداز بخش یادآوری و مشتق

۱- دامنه‌ی توابع زیر را تعیین کنید:

الف) $y = \arcsin \frac{x-1}{x+1}$ ب) $y = \sec^{-1}(3x + 4)$

۲- وارون توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید:

الف) $y = \cos(2x^3 + 1)$ که $x \in [-1.0]$

ب) $y = \ln(1 + \sqrt[5]{2x^3 - 4})$ ج) $y = e^{\frac{x-1}{2x+1}}$

۳- از توابع زیر مشتق بگیرید:

الف) $y = \arcsin \frac{x-1}{x+1}$ ب) $y = \sec^3 \tan^4 \sqrt{x}$

ج) $y = \csc^{-1} \cot x^3$ د) $y = \log(1 + \sqrt[5]{2x^3 - 4})$

هـ) $y = (1 + \ln x)^{\ln 2x}$ و) $y = e^{\sin y + 3 \tan x}$

ز) $\cos(xy^2 - y) + \ln(x - 2y) = 1$

۴- مشتق دوم تابع $y = xy + 4x - 5$ را پیدا کنید.

۵- اگر $f(x) = x^5 + 3x + 4$ باشد، آن‌گاه $(f^{-1})'(4)$ و $(f^{-1})''(4)$ را بیابید.

۶- فرض کنید $f(x) = \sin(n \operatorname{Arcsin} x)$. ثابت کنید:

$$(1 - x^2)f''(x) - x f'(x) + n^2 f(x) = 0$$

۷- برای هر دو عدد حقیقی که $0 < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{4}$ ، نشان دهید:

$$\operatorname{tg} x_2 - \operatorname{tg} x_1 \geq x_2 - x_1$$

۸- ثابت کنید:

$$(a < b) \frac{b-a}{1+b^2} < \operatorname{Arctg} b - \operatorname{Arctg} a < \frac{b-a}{1+a^2}$$

۹- ابتدا نشان دهید که هر یک از توابع زیر در بازه داده شده در شرایط قضیه مقدار میانگین صدق می‌کند. سپس مقدار c مربوطه را به دست آورید.

الف) $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ ، $x \in [0, 1]$

ب) $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1}$ ، $x \in [\frac{3}{2}, 2]$

۱۰- نشان دهید معادله $x^5 + 2x^2 + x + 12 = 0$ دارای بیش از یک ریشه حقیقی نیست.

۱۱- نشان دهید:

$$\frac{1}{x+1} < \operatorname{Ln}(1 + \frac{1}{x}) < \frac{1}{x} \quad , \quad (x > 0)$$

۱۲- حاصل حدود زیر را بیابید:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} (\sin x)^{\tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (2 \cos x - e^x)^{\ln x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (\ln x) \ln(1-x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)^{\tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{\frac{1}{x}}$$