

۱. اگر $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$, $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$, $z_3 = 2i$ معلوم کنید

الف) $(z_3)^{100}$ ب) $\left| \frac{z_1^v z_2^w}{z_3^{100}} \right|$ ج) $\operatorname{Re} \left(\frac{z_1 + z_2}{z_3} \right)$

د) $\operatorname{Im}(\bar{z}_1 z_2)$ ه) $\operatorname{Im} \left| \frac{z_1^5 z_2^{100}}{z_3^{100}} \right| + 3i$

۲. معادلات زیر را حل کنید

الف) $z^4 + 1 = 0$

ب) $z^4 + z^2 = 0$

ج) $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$

د) $z^5 + i = 0$

۳. ریشه‌های دوم اعداد $z_1 = \sqrt{3} + i$ و $z_2 = 3 - 3\sqrt{3}i$ را بیابید

۴. عبارتی زیر را ساده کنید

الف) $(2i-1)^2 \left(\frac{4}{1-i} + \frac{2-i}{2+i} \right)$

ب) $(\cos a + i \sin a)^{10}$

ج) $(2 - 2\sqrt{3})^{10}$

د) $\left(\frac{\sqrt{3} - i}{\cos \theta + i \sin \theta} \right)^4$

ه) $\left(\frac{1-i}{i+i} \right)^{100}$

۵. نشان دهید $\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} \right)^{10} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

۶. نشان دهید $|\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z| \leq \sqrt{2} |z|$

۷. $\left(\frac{1 + i \tan \theta}{1 - i \tan \theta} \right)^n = \frac{1 + i \tan n\theta}{1 - i \tan n\theta}$