

نمونه سؤالات ریاضی عمومی ۲ (دانی (ریاضی ۷)

۱- اگر $|A|=8$ و $|B|=10$ و زاویه ی بین دو بردار 60° باشد، آن گاه $|\vec{A+B}|$ را بیابید. (۱ نمره)

۲- معادله ی صفحه ای بنویسید که نقاط $(1,1,1)$ ، $(2,1,-2)$ و $(-1,-1,0)$ روی آن واقع باشند. (۱/۵ نمره)

۳- وضعیت خط $\frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{3}$ و صفحه ی $x+2y+z=6$ را بررسی کرده و در صورت تقاطع محل برخورد را بیابید. (۱/۵ نمره)

۴- حاصل حد $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(2x-y^3)^2}{xy^3}$ را در صورت وجود به دست آورید. (۱ نمره)

۵- اگر $f(r,s) = \ln(r^2 - rs - 1)$ و $r = y^2 - 2x$ و $s = \frac{y}{x}$ آن گاه $\frac{\partial f}{\partial x}$ را در نقطه ی $(1,2)$ به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۶- اگر $\cos(xy - 2z^3) = 2e^{y^2-3z} - 1$ آن گاه $\frac{\partial z}{\partial y}$ را بیابید. (۱/۵ نمره)

۷- مقدار مشتق جهتی تابع $f(x,y,z) = xyz^2 - x \ln y + z$ را در نقطه ی $(-1,1,2)$ و در جهت بردار $8\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + \mathbf{k}$ بیابید. (۱/۵ نمره)

۸- نقاط اکسترمم نسبی وزینی تابع دو متغیره ی $f(x,y) = y^3 - x^2 - 6x - 12y + 3$ را در صورت وجود بیابید. (۲ نمره)

۹- اگر $\vec{f}(x) = \sin t \mathbf{i} + \cos t \mathbf{j} + t \mathbf{k}$ آن گاه بردارهای $T(t)$ ، $N(t)$ و $B(t)$ را در لحظه ی $t=0$ بیابید. (۲ نمره)

۱۰- مطلوبست محاسبه ی انتگرالهای دوگانه ی زیر: (۲/۵ نمره)

$$\int_0^1 \int_0^x (x^2 + 2xy) dy dx \quad \text{ب)} \quad \int_0^1 \int_{\frac{y}{2}}^2 \frac{\sin x}{x} dx dy \quad \text{الف)}$$

۱۱- معادلات زیر را حل کنید. (۲ مورد به دلخواه) (۲/۵ نمره)

$$\text{الف)} \quad xy' + y = x^3 \cos x \quad \text{ب)} \quad y' = \frac{x^3 y^2 + 2x^3}{y} \quad \text{ج)}$$

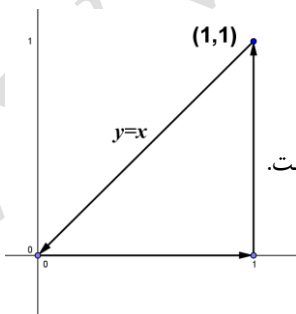
$$(ye^x + y + \sin x)dx + (e^x + x + 2y)dy = 0$$

۱۲- از دو مورد زیر یکی را به دلخواه حل کنید: (۱/۵ نمره)

$$\text{الف)} \quad \iint_{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4} (x^2 + y^2)^2 dA$$

$$\text{ب)} \quad \oint_C (x^2 - y)dx + 2xy dy$$

که C مسیر روبرو است.



۱- مساحت مثلثی که سه نقطه ی $(1, 2, -1)$ ، $(2, -2, 0)$ و $(1, -1, 1)$ سه راس آن هستند را بیابید. (۱/۵ نمره)

۲- وضعیت دو صفحه ی $2x + y - 4z = 6$ و $x - y + z = 0$ را بررسی کنید و در صورت برخورد، فصل مشترک را بیابید. (۲/۲۵ نمره)

۳- پیوستگی تابع زیر را در مبدا بررسی کنید. (۱ نمره)

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 - 2y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ \cdot & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

۴- فرض کنید $f(x, y, z) = e^{x^2 y} - z + 2x \ln z$ ؛ مطلوبست محاسبه ی مشتق جهتی f در نقطه ی $(2, 0, 1)$ و در جهت بردار $2i - j + 2k$. همچنین تعیین کنید در این نقطه، در کدام جهت مقدار مشتق جهتی ماکسیمم است؟ (۲ نمره)

۵- فرض کنید $f(r, s) = 2r + s \cos r$ ، $r = x + yz$ و $s = x^2 z^3$. مطلوبست محاسبه ی $\frac{\partial f}{\partial z}$ در نقطه ی $(2, -1, 2)$. (۲ نمره)

۶- نقاط اکسترمم و زینی تابع $f(x, y) = x^2 - 2xy + \frac{1}{3}y^3 - 2$ را در صورت وجود بیابید. (۲ نمره)

۷- برای تابع برداری $f(t) = \cos 2t i + 2t j + \sin 2t k$ شتاب و برداریکه ی قائم را بیابید. (۱/۷۵ نمره)

۸- مطلوبست محاسبه ی انتگرالهای زیر: (۳ نمره)

الف) $\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dA$ که D ناحیه ی محدود به دو ربع دایره به شعاعهای ۱ و ۲ می باشد که در ربع اول واقعند.

ب) $\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 e^{x^2} dx dy$

۹- جواب عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را بیابید. (۲ مورد به دلخواه) (۲/۵ نمره)

الف) $xy^2 + 2y = x^3 y^2$

ب) $(3x^2 y - 2x) dx + (x^3 - y^2) dy = 0$

ج) $y'' - 2y' + 2y = 0$

□ توجه: به یکی از دو سوال زیر به دلخواه پاسخ دهید.

۱۰- حجم جسمی که روی ناحیه ی محدود به محور y ها، خط $x = 1$ ، محور x ها و سهمی $y = \sqrt{x}$ بوده و از بالا به تابع $f(x, y) = x^2 + y^2$ محدود است را بیابید. (۲ نمره)

۱۱- مطلوبست محاسبه ی انتگرال خط $\oint_C (x^2 + y) dx + (\sin y - x) dy$ ؛ که C مسیر پیموده شده از مبدا روی محور x ها به نقطه ی $(2, 0)$ ، سپس روی خط $y = 2 - x$ به نقطه ی $(0, 2)$ و در نهایت بازگشت به مبدا روی محور y ها می باشد. (۲ نمره)

موفق و امیدوار باشید
کرده ریاضی

۱- اگر $\vec{A} = i - j + 2k$ و $\vec{B} = 2i + j + k$. مطلوبست: (۴ نمره)

الف) حاصلضرب نقطه ای A و B . آیا دو بردار عمودند؟ چرا؟

ب) حاصلضرب خارجی این دو بردار..

ج) طول بردار $A + B$

د) معادله ی صفحه ای که بر بردار A عمود باشد و از نقطه ی $(2, -1, 1)$ بگذرد.

۲- معادله ی خط فصل مشترک صفحات $2x - y + 2z = 0$ و $x - y + z = -1$ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۳- حاصل حد $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ را در صورت وجود بیابید. (۱ نمره)

۴- الف) فرض کنید $f(x, y, z) = 3y + 2z - 2x^3 \cos y$ مطلوبست محاسبه ی $\frac{\partial f}{\partial y}$. (۱ نمره)

ب) اگر $f(x, y) = x^3 y^2 - y^2 \sin x + y$ ؛ آنگاه f_{xy} را بیابید. (۱ نمره)

۵- مشتق جهتی تابع $f(x, y, z) = x^2 - 2xz^2 - z$ را در نقطه ی $(1, -2, 1)$ و در جهت بردار $8i - 4j - k$ به دست آورید. (۲ نمره)

۶- نقاط اکسترمم و زینی تابع $f(x, y) = x^3 - 3x + y^2 - 4y - 1$ را در صورت وجود پیدا کنید. (۲ نمره)

۷- برای تابع برداری $\vec{R}(t) = \sin t i + \cos t j + 3k$ بردارهای سرعت، شتاب، یکجه و قائم مماسی را بیابید. (۲ نمره)

۸- مطلوبست محاسبه ی انتگرالهای زیر: (۲ نمره)

الف) $\int_{-1}^2 \int_0^y 3x^2 dx dy$..

ب) $\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dA$. که R دایره ای به شعاع یک می باشد.

۹- مطلوبست محاسبه ی انتگرال خط $\oint_C x^2 dx + xy dy$ که C مسیر پیموده شده روی خط $y = x$ از مبدا به نقطه ی $(1, 1)$ و سپس حرکت

به سمت نقطه ی $(0, 1)$ و در نهایت بازگشت روی محور y ها به مبدا می باشد. (به کمک قضیه ی گیرین) (۱/۵ نمره)

۱۰- جواب عمومی معادلات دیفرانسیل مرتبه ی اول زیر را بیابید. (دو مورد به دلخواه) (۲ نمره)

الف) $(y \cos x - x) dx + (\sin x + 2y) dy = 0$ ب) $(y) dx + (x^2) dy = 0$ ج) $y' + \frac{1}{x} y = x^2$

موفق و امیدوار باشید

۱- دو خط $z = \frac{y}{2} = \frac{x-1}{3}$ و $\frac{x+2}{2} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-4}{-1}$ را در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید دو خط متقاطعند و نقطه ی برخورد آنها را بیابید. (۱۰ نمره)
 ب) زاویه ی بین دو خط را محاسبه کنید. (۸ نمره)

ج) معادله ی صفحه ای بنویسید که شامل دو خط باشد؛ سپس فاصله ی نقطه ی $(-1, 1, 2)$ را از آن بیابید. (۱۰ نمره)

۲- معادله خط مماس بر فصل مشترک دو رویه ی $z = xy - 2y^2$ و $x^2 + 2xyz^2 - y^2z = 4$ را در نقطه ی $(1, 1, -1)$ بنویسید. (۱۴ نمره)

۳- پیوستگی تابع $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^4}{(x+y^2)^3} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ را در مبدا مختصات بررسی کنید. (۱۰ نمره)

۴- دمای یک جسم از رابطه ی $f(x, y, z) = 2z + x^2y + 2\ln(1+y)$ به دست می آید. (۱۶ نمره)

الف) در نقطه ی $(-1, 0, 2)$ بیشترین آهنگ افزایش دما در جهت چه برداری رخ می دهد؟ مقدارش را بیابید.

ب) آهنگ تغییر دما را در این نقطه و در جهت بردار $\vec{v} = 2i - j - 2k$ محاسبه کنید.

۵- فرض کنید $z = e^{xz} - 2x^3 \cos y^2$ مطلوبست محاسبه ی $\frac{\partial z}{\partial y}$. (۱۰ نمره)

۶- اکستریمهای نسبی تابع $f(x, y) = x^2y + 1$ را تحت شرط $y^2 - x^2 = 4$ به روش مضرب لاگرانژ بیابید. (۱۴ نمره)

۷- شعاع انحنای منحنی $y = 3e^x - x^2 - 2x$ را در $x = 0$ به دست آورید. (۸ نمره)

۸- مطلوبست محاسبه ی انتگرالهای زیر: (۳۶ نمره)

الف) $\iint_R 2xy \, dA$ که R ناحیه ی محصور به خطوط $y = 2x$ ، $y = -x$ و $y = 2$ می باشد.

ب) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^2} \, dx dy$

ج) $\int_C (z - 2y) \, dS$ که C مسیر حرکت روی پاره خط واصل بین نقاط $A(2, -1, 3)$ و $B(-1, 2, 0)$ با نقطه ی شروع A می باشد.

۹- مطلوبست محاسبه ی انتگرال خط $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ که $\vec{F} = (x - y^2)i + (\cos \sqrt{y} - 3)j$ و C مرز ناحیه ی محصور به سهمی $y = x^2$ و

خط $y = 2x$ است که در جهت عکس عقربه های ساعت پیموده می شود. (۱۸ نمره)

۱۰- حجم ناحیه ی محدود به استوانه ی $x^2 + y^2 = x$ و رویه ی $f(x, y) = \frac{2y}{x^2 + y^2}$ را در یکپهشت اول بیابید. (۱۶ نمره)

۱۱- جواب عمومی معادلات دیفرانسیل مرتبه ی اول زیر را بیابید. (۳۰ نمره)

الف) $(ye^x + y)dx + (e^x + x - 2y)dy = 0$ ب) $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$ ج) $xy' - 2y + x^3\sqrt{y} = 0$

موفق و امیدوار باشید