

وزارت علوم تحقیقات و فناوری	سوالیات امتحان درس: ریاضی ۷	نام استاد: گروه ریاضی	مقطع: کاردانی
دانشگاه فنی و حرفه ای	تاریخ امتحان: ۹۰/۳/۲۰	شماره صندلی:	وسایل مجاز: -
دانشکده فنی شهید صدوقی یزد	نام و نام خانوادگی:	شماره دانشجویی:	وقت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
۱-	زاویه های بردار $\vec{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$ با محورهای مختصات را تعیین کنید. (تعیین بردار یک متناظر با $\vec{a}$ )		
۲-	مساحت متوازی الاضلاعی که بردارهای $\vec{a} = 5\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ دوضلع مجاور آن هستند بدست آورید.		
۳-	معادله صفحه ای بنویسید که از نقاط $A(3, -1, 0)$ و $B(7, 3, 6)$ و $C(2, -3, 1)$ می گذرد.		
۴-	ابتدا معادله خطی که از دو نقطه $A(3, -1, 0)$ , $B(7, 3, 6)$ می گذرد بنویسید. وضعیت این خط را با خط $\frac{2x+5}{4} = \frac{4y-2}{8} = \frac{z+2}{3}$ بررسی کنید.		
۵-	نشان دهید حد مقابل وجود ندارد. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$		
۶-	اگر $z = xy + y \ln xy$ باشد نشان دهید. $x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$		
۷-	دیفرانسیل کل تابع $W = \cos xy - \sin z$ در نقطه $A(0, \frac{\pi}{4}, \pi)$ در صورتی که $dx = dy = 0, dz = -0,2$ باشد تعیین کنید.		
۸-	معادله صفحه مماس و خط قائم بر رویه $e^{xz} + yz = 3$ در نقطه $p(0, 1, 2)$ تعیین کنید.		
۹-	الف) حاصل انتگرال دوگانه $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \cos(y^2) dy dx$ را تعیین کنید. ب) مساحت ناحیه محدود به منحنی های $y = x^2$ و $y = 4x - x^2$ با استفاده از انتگرال دوگانه بیابید.		
<b>توجه: از دو سوال زیر فقط به یک سوال به دلخواه پاسخ دهید.</b>			
۱۰	حاصل $\iint_D e^{x^2+y^2} dy dx$ در صورتی که $D = \{(x, y)   0 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ باشد با تغییر متغیر قطبی تعیین کنید.		
۱۱	نقاط اکسترمم نسبی و زینی تابع $f(x, y) = x^2 - 2xy + \frac{1}{3}y^3 - 3y$ را در صورت وجود بیابید.		
موفق و پیروز باشید.			

توماس ادیسون: (از موفقیت من یک درصد لبوغ و نود و نه درصد تلاش و پیگیری بوده است، من هرگز کار ارزشمندی را به صورت تصادفی انجام نداده‌ام)

۱- مشتق سویی تابع  $f(x, y, z) = 3z + e^x \cos(yz) + y$  را در نقطه  $(0, 0, 0)$  در امتداد بردار  $\vec{A} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$  به دست آورید.

۲- مقدار  $a$  را طوری بیابید که تابع زیر در مبدا مختصات پیوسته باشد:

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{e^{xz+z} - e^{xy+z}}{e^{x-2z} - e^{x-2y}} & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 2a + \frac{1}{y} & (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

۳- نوع نقاط بحرانی تابع  $f(x, y) = 4xy - x^2 - y^2$  را مشخص کنید.

۴- دو بردار  $\vec{A} = -4\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}$  و  $\vec{B} = (1, -2, 2)$  را در نظر بگیرید.

(الف) زاویه بین بردارهای  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  را به دست آورید.

(ب) مساحت متوازی الاضلاع ساخته شده توسط دو بردار  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  را به دست آورید.

۵- دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورید.

$$f(x, y) = \ln(xy) + \text{Arc sin}(\sqrt{x^2 - y^2})$$

۶- معادله‌ی صفحه‌ی مماس بر رویه‌ی  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$  و موازی با صفحه‌ی  $2x - 4y + 2z = 0$  را بیابید.

۱- منحنی قطبی  $r = \frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta$  را رسم کنید؟

۲- مساحت بین دو منحنی  $r = \sin 2\theta$  و  $r = \cos \theta$  را در ربع اول محاسبه کنید؟

۳- معادلات برداری مسیر داده شده با قانون زیر حرکت می‌کنند

$$x = 3 \int_0^t \sin u^2 du, \quad y = 5 \int_0^t \cos u^2 du, \quad z = 4 \int_0^t \sin u^2 du$$

مطلوبت مسافت طی شده از لحاظ  $t=0$  تا  $t=1$ ؟

۴- در مورد پیوستگی تابع زیر بحث کنید؟  $(x,y) \neq (0,0)$

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^4}{(x^2 + y^2)^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

۵- تمام نقاط بحرانی تابع  $f(x,y) = xy(1-x^2-y^2)$  را بیست آورده، سپس نوع این نقاط بحرانی را تعیین کنید؟

۶- فرض کنید  $S$  دارای معادله  $z = y f\left(\frac{y}{x}\right)$  بوده که در آن  $f$  تابعی است

مستوی زیر، نشان دهید کلیه منحنی‌های مماس برد از مبدأ نواحی عبور می‌کنند؟

$$(x, y, z)$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\nabla f(x,y,z) = (x, y, z) = 0$$

مرکز آموزش عالی فنی یزد - گروه ریاضی

تاریخ: ۱۳۸۶/۳/۳۰	وقت: ۱۱۰ دقیقه	رشته‌های کارشناسی	آزمون پایان ترم ریاضی عمومی ۲
شماره صندلی:	نام استاد:	شماره دانشجویی:	نام و نام خانوادگی:

۱- منحنی‌های  $r = 2 + \cos \theta$  و  $r = 5 \cos \theta$  را در یک دستگاه رسم کرده، سپس مساحت ناحیه داخلی منحنی  $r = 5 \cos \theta$  و خارج منحنی  $r = 2 + \cos \theta$  را محاسبه نمایید.

۲- مساحت سطح دوار حاصل از دوران سهمی  $(p > 0)$ ،  $y = 0$ ،  $x^2 = 2pz$  حول محور  $z$  ها را به دست آورید.

۳- معادله دایره انحنا منحنی  $y = \cos x$  در نقطه  $(0, 1)$  را به دست آورید.

۴- پیوستگی تابع  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  در مبدأ مختصات را بررسی نمایید.

۵- گرمای به معادله  $x^2 + y^2 + z^2 = 14$  شروع به گرم شدن می‌کند. گرمای هر نقطه توسط تابع  $f(x, y, z) = 2x - 3y + z - 1$  به دست می‌آید، سردترین و گرمترین نقطه را به کمک ضرایب لاگرانژ به دست آورید.

۶- معادله خط مماس بر فصل مشترک  $yz = 4$  و  $x^2 + y^2 + z^2 = 8$  در نقطه  $A(0, 2, 2)$  را به دست آورید.

۷- حاصل انتگرال‌های زیر را به دست آورید: (دو مورد به دلخواه)

الف)  $\int_1^2 \int_0^{\ln y} (x-1) \sqrt{1+e^{2y}} \, dA$

ب)  $\int_0^1 \int_x^1 \sin y^2 \, dA$

ج)  $\iint_R \frac{\sin \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dA$  ;  $R = \left\{ (x, y) \mid \frac{\pi}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{\pi}{4} \right\}$

تذکر: فقط دانشجویان رشته نقشه‌کشی صنعتی به سوالات زیر پاسخ دهند

۸- مطلوبیت حاصل  $\int_C xy \, ds$  که در آن  $C$  قوس سهمی  $x = 2t$ ،  $y = t^2$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) است.

۹- انتگرال منحنی الخط  $\oint_C e^{x^2} dx + x \, dy$  را به دست آورید که در آن  $C$  نیم‌دایره بالایی به مرکز مبدأ و شعاع ۱ و خط واصل بین نقاط  $A(-1, 0)$  و  $B(1, 0)$  است.

## مرکز آموزش عالی فنی یزد - گروه ریاضی

	رشته ک.ش. متالورژی	وقت: ۱۱۰ دقیقه	امتحان پایان ترم ریاضی ۲
نام و نام خانوادگی:	شماره دانشجویی:	نام استاد:	شماره صندلی:
ردیف	سئوالات		
۱	<p>آیا ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 5 \\ -1 &amp; 3 &amp; 2 \\ 2 &amp; 4 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> وارون پذیر است؟ در صورت مثبت بودن پاسخ، وارون را بدست آورید.</p>		
۲	<p>دستگاه معادله <math>\begin{cases} 3x - 2y + 5z = 6 \\ -x + y - 3z = -3 \\ 2x + 3y - z = 4 \end{cases}</math> را به روش کرامر حل نمایید.</p>		
۳	<p>مقادیر ویژه و بردارهای ویژه متناظر ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 3 &amp; -2 \\ 2 &amp; -2 \end{bmatrix}</math> را بدست آورید.</p>		
۴	<p>مساحت مثلث با سه راس <math>A = (1, 2, 4)</math> و <math>B = (2, -2, 3)</math> و <math>C = (2, 3, -2)</math> را بدست آورید.</p>		
۵	<p>معادله خطی را بنویسید که از نقطه <math>A = (2, -4, 3)</math> گذشته و بر صفحه <math>2x - 3y + z = 5</math> عمود باشد.</p>		
۶	<p>آیا تابع <math>f(x, y) = \frac{xy^3}{(x+y^3)^2}</math> در مبدا مختصات حد دارد؟ چرا؟</p>		
۷	<p>اگر <math>f(x, y) = x^2 \sin\left(\frac{x}{y}\right) - 3y^2</math> آنگاه نشان دهید که <math>xf_x + yf_y = 2f(x, y)</math></p>		
۸	<p>دو انتگرال از سه انتگرال زیر را حل کنید.</p>		
	<p>a) <math>\int_0^1 \int_y^1 \sin \pi x^2 dx dy</math></p>		
	<p>b) <math>\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dA</math> , <math>D = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4} \right\}</math></p>		
	<p>c) <math>\int_0^{\pi} \int_0^{1+\cos y} x^2 \sin y dx dy</math></p>		
۹	<p>انتگرال منحنی الخط <math>\int_C e^{x^2} dx + x dy</math> را حل کنید که در آن <math>C</math> نیم دایره بالایی به مرکز مبدا و شعاع یک و خط واصل بین نقطه <math>A(-1, 0)</math> و نقطه <math>B(1, 0)</math> است.</p>		
	موفق باشید.		

ریاضی ۲ کلاس ۶۰ دقیقه

✓  
 $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{x^2 + y^2}\right)$  آنفاده ریشه را به  $f(x, y) = 2f(x, y)$   $x^2 + y^2 = 2$   $f_x + f_y = 2$

رایجی نند

حاصل انتگرال را زیر را به دست آورید.

و این  $\int_0^{\pi} \int_y^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx dy$

•  $\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  ;  $D = \{(x, y) \mid \frac{\pi^2}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \pi^2\}$

- حاصل انتگرال زیر را که در آن  $z$  متغیر از روی مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  که داخل کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  قرار دارد، به دست آورید.

$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-z^2}} \int_0^{\sqrt{1-z^2-y^2}} (1+x^2+y^2-z^2) dz dy dx$

انتگرال متغیر  $\int_C e^x dx + x dy$  را به دست آورید که در آن  $C$  نیم دایره بالایی واحد

په مرکز مبدأ و شعاع ۱ و نقاط  $A(1, 0)$  و  $B(0, 1)$  است.

✓  
 این ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  وارون پذیر است در صورت مثبت بودن  $\Delta$  یا  $\Delta < 0$

وارون آن را به دست آورید.

✓  
 دو بردار  $\vec{V} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  و  $\vec{W} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$  را به دست آورید.

توجه کنید.

تذکر مهم: در زمان برگزاری آزمون به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود.  
استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

۱. ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$  را تحت شرط  $g(x, y, z) = x - 2y + 2z - 9 = 0$  بیابید. (بارم ۲۰)
۲. حجم بین سهمی گون های  $z = x^2 + y^2$  و  $z = 4 - x^2 - y^2$  را بدست آور. (بارم ۲۰)
۳. اگر  $F(x, y, z) = y^2 \vec{i} + xy \vec{j} + zx \vec{k}$  و  $S$  نیمکره  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$  و  $\vec{n}$  برد قائم به طرف بیرون نیمکره باشد. با استفاده از قضیه استوکس، انتگرال  $\int_S \text{Curl } \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma$  را حساب کنید. (بارم ۲۰)
۴. مطلوب است  $\iint_S z^2 d\sigma$  که در آن  $S$  کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  است. (بارم ۲۰)
۵. انتگرالهای زیر را بیابید. (بارم ۲۰)  
(الف)

$$\iiint_T \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}$$

که  $T$  محدود به استوانه  $x^2 + y^2 = 4$  و مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  می باشد. (ب)

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^2} dx dy$$

۶. درستی قضیه دیورژانس را در مورد میدان برداری  $F = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$  و کره  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  تحقیق کنید. (بارم ۲۰)

موفق باشید.

گروه ریاضی عمومی ۲

وقت: 2

رشته:

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

1- روی  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 66$  دو صفحه عمود بر هم موازی صفحه  $x + y + z = 1$  دارند. این صفحات و نقاط تماس را بیابید. (1 نمره)

2- انحنای منحنی  $\vec{r}(t) = 2\sin t \vec{i} + \cos t \vec{j} + \frac{t^2}{2} \vec{k}$  را در نقطه  $t=0$  بیابید. (1 نمره)

3- اگر  $Z = y f(x^2 - y^2)$  نشان دهید: (1 نمره)

$$y^2 \frac{\partial Z}{\partial x} + xy \frac{\partial Z}{\partial y} = xZ$$

4- دو خط زیر چه وضعیتی نسبت به یکدیگر دارند؟ (1 نمره)

$$L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-4} \quad L_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+5}{1}$$

5- معادله دایره بوسان بر منحنی  $y = \ln x$  را در نقطه  $(1, 0)$  بیابید. (1.5 نمره)

6- حد تعابیر زیر را در صورت وجود محاسبه کنید؟ (1.5 نمره)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{\sin(xy)}{x^2 + y^2}$$

$$\text{ii) } \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\text{iii) } \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

موفق باشید  
مدرس ریاضی



تذکر: در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود.

۱. الف) نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x, y) = x^2 - 4xy + y^2$  را در صورت وجود بیابید.  
 ب) مقدار می نیمم تابع  $f(x, y) = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos y}$  ،  $0 < x, y < \frac{\pi}{4}$  را در صورتی بیابید که:  
 $\tan x + \tan y = 2$

۲. انتگرال مضاعف زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^1 \int_{e^x}^e \frac{\sin y}{\ln y} dy dx$$

۳. فرض کنید  $D$  ناحیه محصور بین خطوط  $x + y = 1$  ،  $x + y = 2$  ،  $x = 0$  ،  $y = 0$  است مطلوب است محاسبه انتگرال

$$\iint_D \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} dA$$

۴. حجم ناحیه زیر مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  و درون کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$  را محاسبه کنید.

۵. مطلوب است محاسبه  $\oint_C \frac{x dy - y dx}{x^2 + 9y^2}$  که  $C$  منحنی بسته ساده هموار به معادله  $9x^2 + 4y^2 = 36$  در جهت مثلثاتی می باشد.

۶. فرض کنید  $F = (x+y)i + (y+z)j + (z+x)k$  یک میدان برداری باشد و  $S$  سطح خارج جسم محدود به صفحات مختصات و صفحه  $x + y + z = 1$  است. انتگرال سطح (شار میدان)  $\iint_S F \cdot n d\sigma$  را حساب کنید.

۷. انتگرال خط

$$\oint_C (2x \ln yz - 5ye^x) dx - (\delta e^x - x^2 y^{-1}) dy + (x^2 z^{-1} + 2z) dz$$

را روی مسیر دلخواه  $C$  از نقطه  $A(2, 1, 1)$  به نقطه  $B(3, 1, e)$  را حساب کنید.

۸. انتگرال منحنی الخط  $\int_C (x-z) dx + x^2 dy + zxdz$  را که  $C$  مرز سطح خارجی

$z = 4 - x^2 - y^2$  ،  $(z \geq 0)$  در صفحه  $xoy$  بوده که در جهت خلاف حرکت عقربه های ساعت پیموده شده است، را بیابید.

موفق باشید.

توجه: برپنج سوالی پاسخ داده نشود و درست داشتن تلفظ برابر منزله تقلب است

1- مطلوب است مقدار  $\int_0^1 \int_y^1 \cos(x^2) dx dy$  (15 نمره)

2- با کمک انتگرال سه گانه حجم ناحیه درون مخروط  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  و درون کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$  را محاسبه کنید. (15 نمره)

3- مطلوب است کار نیروی  $F(x, y) = xy\vec{i} + x^2\vec{j}$  از مبدأ تا نقطه  $A = (1, 2)$  روی منحنی  $y = 2x^2$  و از  $A = (1, 2)$  تا  $B = (2, 4)$  روی خط  $y = 2x$  (10 نمره)

4- مقدار انتگرال خط  $\int_C \tan(y) dx + x \tan^2(y) dy$  را که  $C$  دایره  $x^2 + y^2 = 2$  و در جهت مثبت مثلثاتی پیموده شده است، تعیین کنید. (10 نمره)

5- مطلوب است مقدار  $\iint_D \frac{x^2 \sin(xy)}{y} dA$  که  $D$  ناحیه محدود به منحنی های  $x^2 = \frac{\pi}{2}y$  و  $x^2 = \pi y$  و  $y^2 = \frac{x}{2}$ ،  $y^2 = x$  است. (15 نمره)

6- مطلوب است مساحت بخشی از کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$  که در درون سهمیوار  $x^2 + y^2 = 3z$  واقع است (15 نمره)

7- درستی قضیه دیورژانس را برای نیروی  $F(x, y, z) = 2xy\vec{i} - y^2\vec{j} + 3z\vec{k}$  روی سطح محدود به رویه های  $z = x^2 + y^2$  و  $z = 2$  تحقیق کنید. (20 نمره)

موفق باشید

گروه درس ریاضی 2

در تمام فضا

ریاضی ۱ با سوال

۱- معادله خطی که از نقطه A، و موازی با ضلع BC از مثلث ABC را بنویسید.

$$A(1, 0, 1)$$

$$B(2, 3, 1)$$

$$C(0, 1, -3)$$

۲- اگر  $|A|=2$ ،  $|B|=1$  و مطلوب است محاسبه  $|2A+B|$ .

۳- معادله خطی ABC را با روش سینه از رابیت آورید.

۴- معادله صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه  $(1, -1, 0)$  گذشته و شامل

$$\text{خط } \begin{cases} x-1=0 \\ y=0 \\ z+1=0 \end{cases} \text{ باشد.}$$

۵- معادله فصل فرکانس در صفحه زیر را بنویسید.

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+2y-3z=0 \end{cases}$$

۶- دامنه تابع  $f(x,y) = \ln(x^2+y^2-1)$  را بنویسید.

۷- مقدار  $\alpha$  را طوری بیابید که تابع زیر در  $(0,0)$  پیوسته باشد.

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - e^{2y}}{e^x - e^y} & x \neq y \\ 2x+1 & x = y \end{cases}$$

توجه: از ۵ سوال اول فقط ۳ سوال پاسخ دهید.

موفق باشید

سؤالات امتحانی درس: ریاضی عمومی II نام استاد: گروه ریاضی  
 تاریخ اعلام نمره اولیه: تاریخ باسفتگونی به اعتراضات: تاریخ امتحان: ۱۷/۱۰/۲۴  
 بهمه سال اول / دوم سال تمصیلی: رشته / رشته ها: علمیه رشته های فنی دانشمندی: مدت امتحان: ۲۰ دقیقه  
 نام و نام خانوادگی: شماره دانشموری: وسایل مورد نیاز:

۱- اگر  $u(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$  آبت کنید.  
 $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$

۲- اگر  $f(x, y) = 8x^3 + y^3 - 12xy + 6$  آبت کنید.

۳- مشتق جهت  $f(x, y, z) = e^{x^2 - y + 2z}$  را در مقدار بردار  $\vec{r} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + k$  در  $\vec{r}$  می کشید.

رابطه (۱) را در (۰)

۴- آبت برای  $z$  را می کشید.

I -  $\int_{\sqrt{x}}^1 \int_0^1 e^{xy} dy dx$

۵-  $\iint_R \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = \pi$  که  $R$  به شکل  $\pi \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$  است.

۶- آبت برای  $\int_C (x^2 + y^2) dx + (x + 2y) dy$  در مسیر بسته  $C$ .

۷- آبت برای  $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} \frac{dz dy dx}{\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}}$  در  $(0, 0)$  و  $(1, 1)$  و  $(0, 2)$  را می کشید.

۸- آبت برای  $\int_C z = 2 - (x^2 + y^2)$  که در بالای صفحه  $xy$  قرار دارد.

در  $z = 0$  آبت کنید.